

Задание: Даны уравнения проекции.

1. Определить ортогональность картографической сетки.
2. Получить формулы частных масштабов длин  $m, n, a, b$ , масштаба площади  $p$ , максимального искажения углов  $w$ .
3. Определить к какой группе по характеру искажений относится проекция.
4. Построить эскиз картографической сетки.

ПРИМЕР:

Для примера возьмем:  $x=R\varphi, y=R\lambda$ .

Порядок исследований:

Сначала найдем частные производные:

$$x_\varphi = R;$$

$$y_\varphi = 0;$$

$$x_\lambda = 0;$$

$$y_\lambda = R$$

и коэффициенты Гаусса:

$$e = x_\varphi^2 + y_\varphi^2 = R^2 + 0^2 = R^2;$$

$$g = x_\lambda^2 + y_\lambda^2 = 0^2 + R^2 = R^2;$$

$$f = x_\varphi x_\lambda + y_\varphi y_\lambda = 0;$$

$$h = |x_\varphi y_\lambda - x_\lambda y_\varphi| = R^2.$$

1. Определение ортогональности картографической сетки:

Сетка проекции является ортогональной, если коэффициент Гаусса  $f=0$ . В противном случае сетка проекции не ортогональна, и следует определить угол между меридианами и параллелями  $i$ :

$$\sin i = \frac{h}{\sqrt{eg}}.$$

В рассматриваемом случае  $f=0$ , следовательно, сетка проекции является ортогональной и  $i = 90^\circ$ .

2. Получение формул частных масштабов длин  $m, n, a, b$ , масштаба площади  $p$ , максимального искажения углов  $w$ .

$$m = \frac{\sqrt{e}}{R} = 1;$$

$$n = \frac{\sqrt{g}}{R \cos \varphi} = \sec \varphi;$$

$$p = \frac{h}{R^2 \cos \varphi} = \sec \varphi;$$

$$a = \frac{A+B}{2}; b = \frac{A-B}{2},$$

$$\text{где } A = \sqrt{m^2 + n^2 + 2mn \sin i}; B = \sqrt{m^2 + n^2 - 2mn \sin i}.$$

Однако, если сетка проекции ортогональна, то экстремальные масштабы длин  $a$  и  $b$  совпадают с масштабами длин  $m$  и  $n$ . В таком случае:

если  $m > n$ , то  $a = m$  и  $b = n$ ,

если  $m < n$ , то  $a = n$  и  $b = m$ .

В рассматриваемом варианте сетка проекции ортогональна, поэтому  $a = n = \sec \varphi, b = m = 1$ .

Максимальное искажение углов  $w$  можно найти по одной из формул:

$$\sin \frac{\omega}{2} = \frac{a-b}{a+b} \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m^2 + n^2}{p} - 2}.$$

$$\text{В данном случае: } \sin \frac{\omega}{2} = \frac{a-b}{a+b} = \frac{\sec \varphi - 1}{\sec \varphi + 1} = \frac{1 - \cos \varphi}{1 + \cos \varphi}.$$

3. Определение группы проекций по характеру искажений.

Все проекции по характеру искажений делятся на три группы: равноугольные, равновеликие и произвольные.

Картографическая проекция является *равноугольной*, если выполняются условия:  $f=0$  и  $m=n$ .

Картографическая проекция является *равновеликой*, если  $p = const$ , и в частности, если  $p = 1$ .

Во всех остальных случаях картографическая проекция является *произвольной* по характеру искажений. Однако, среди произвольных проекций выделяется группа *равнопромежуточных проекций*, у которых один из экстремальных масштабов длин равен единице, т.е.  $a = 1$  или  $b = 1$ . К тому же, если сетка проекции ортогональна, то проекция будет называться *равнопромежуточной вдоль меридианов* ( $f = 0$  и  $m = 1$ ) или *равнопромежуточной вдоль параллелей* ( $f = 0$  и  $n = 1$ ).

Рассматриваемая проекция является равнопромежуточной вдоль меридианов.

#### 4. Построение эскиза картографической сетки.

Для того, чтобы построить эскиз сетки, необходимо:

- определить вид географического полюса в проекции;
- определить симметричность картографической сетки;
- найти уравнения меридианов и параллелей в проекции.

##### 4.1 Вид географического полюса в проекции.

Географический полюс  $P$  в проекции может изображаться:

- в виде точки ( $x_p = \text{const}; y_p = 0$ );
- в виде прямой линии ( $x_p = \text{const}; y_p = f(\lambda)$ );
- в виде кривой линии ( $x_p = f(\lambda); y_p = f(\lambda)$ ).

Полюс в проекции может не изображаться вовсе, если  $x_p = \infty$ .

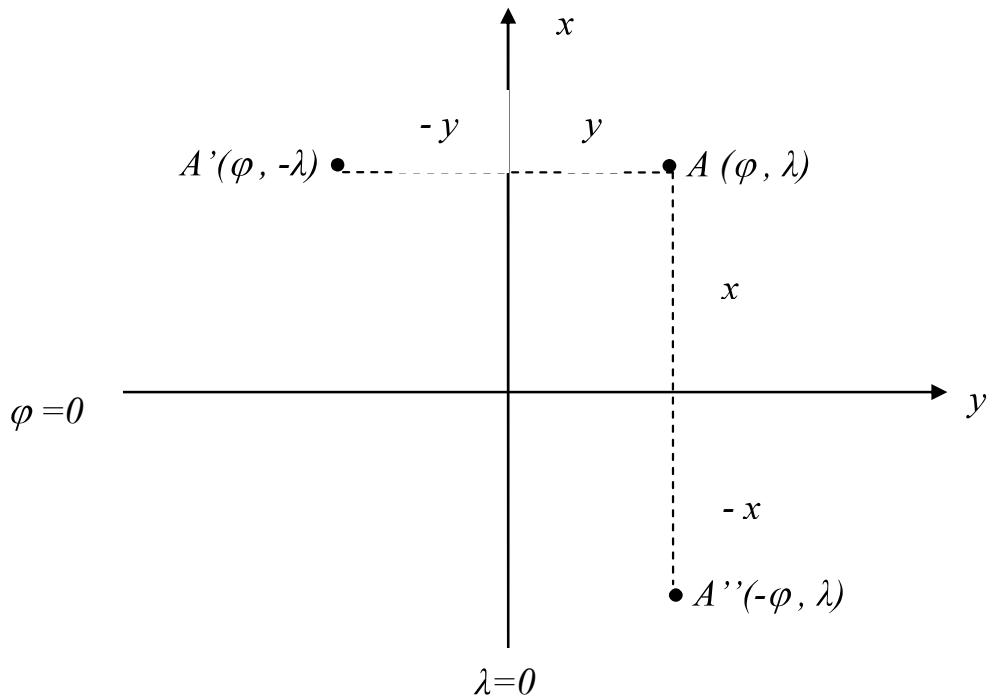
Чтобы определить вид полюса в проекции, надо в исходные уравнения  $x$  и  $y$  подставить широту полюса  $\varphi_p = \pi/2$ .

В рассматриваемой проекции:  $x_p = R\pi/2$ ;  $y_p = R\lambda$ , т.е. полюс изображается прямой линией.

## 4.2 Симметричность картографической сетки.

Картографическая сетка проекции может быть симметричной относительно осевого меридиана и относительно экватора (Рис. 9).

Рис. 9



Условия симметричности сетки относительно осевого меридиана:

$$\left. \begin{array}{l} y_{\lambda=0} = 0 \\ x(\varphi, \lambda) = x(\varphi, -\lambda) \\ y(\varphi, \lambda) = -y(\varphi, -\lambda) \end{array} \right\}$$

Условия симметричности сетки относительно экватора:

$$\left. \begin{array}{l} x_{\varphi=0} = 0 \\ x(\varphi, \lambda) = -x(-\varphi, \lambda) \\ y(\varphi, \lambda) = y(-\varphi, \lambda) \end{array} \right\}$$

Надо отметить, что сетка будет симметричной при одновременном выполнении всех *трех* условий.

В рассматриваемой проекции картографическая сетка является симметричной как относительно осевого меридиана, так и относительно экватора.